

LOGICA  
a.a. 2016-2017  
prof.ssa Giovanna Corsi

Test del 20 Dicembre 2016

Cognome:                      Nome:                      e-mail:                      Corso di Laurea:

1. (a) Dato un sillogismo, come definisci il ‘termine medio’?
- (b) Scrivi i 4 enunciati categorici nel linguaggio del primo ordine utilizzando come predicati unari  $S(x)$  e  $P(x)$ .
- (c) Mostra che il sillogismo di quarta figura in BRAMANTIP è valido.
- (d) Dai esempi nel linguaggio naturale delle *conversio simplex* e delle *conversio per accidens*.
2. (a) Quando due enunciati sono logicamente equivalenti?
- (b) Se  $A$  e  $B$  sono due contraddizioni, sono logicamente equivalenti?    SI        NO
- (c) Se l’insieme  $\{A, B\}$  non è soddisfacibile, allora i due enunciati sono contraddizioni ?    SI        NO
- (d) Un enunciato atomico può essere una contraddizione ?    SI        NO
3. Con il metodo della tavola di verità verifica che  $A|A$  ( $A$  *nor*  $A$ ) è equivalente a  $\neg A$
4. Scrivi le seguenti tautologie  
terzo escluso  
leggi di De Morgan  
principio di non contraddizione  
principio di Frege  
*a fortiori*

5. Metti l'enunciato  $\neg(A \rightarrow \neg B) \vee (C \wedge D \rightarrow A)$  in forma normale

booleana

negativa

coniuntiva

6. Sia  $\mathcal{A}$  una  $\mathcal{L}_1^D$ -struttura. Dai la definizione di verità in una  $\mathcal{L}_1^D$ -struttura per induzione sulla costruzione degli enunciati.

7. Indica i simboli descrittivi di  $\mathcal{L}^{arit}$  e scrivi gli assiomi dell'aritmetica di Peano al primo ordine.  
(Puoi usare il retro di questa pagina)

8. Formalizza i seguenti enunciati del linguaggio di Tarki's World.

- (a) Né  $a$  né  $b$  sono cubi, ma  $a$  è un dodecaedro se a destra di  $b$ .
- (b) Il fatto che  $c$  sia un cubo è condizione sufficiente e non necessaria affinché  $a$  sia più piccolo di  $d$
- (c) Non più di due cubi stanno dietro ad  $a$ .
- (d) Ogni cubo grande si trova alla destra di qualche cubo medio.
- (e) Tutti i cubi sono grandi e tutti i tetraedri sono piccoli
- (f) Esiste almeno un tetraedro che si trova a destra di tutti i dodecaedri medi.
- (g) Il dodecaedro alla destra di  $b$  è più grande di ogni cubo.

9. Traduci i seguenti enunciati in frasi idiomatiche dell'italiano:

- (a)  $\exists x(Cube(x) \wedge Large(x))$
- (b)  $\forall x(Cube(x) \wedge Large(x) \rightarrow \exists y(Tet(y) \wedge RightOf(x, y)))$
- (c)  $\exists x(Cube(x) \wedge Large(x) \wedge \forall y(Cube(y) \wedge Large(y) \rightarrow x = y))$

10. Con il metodo degli alberi di sequenti, stabilisci se

- (a)  $(A \vee B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \vee B \rightarrow B)$  è una tautologia; in caso contrario esibisci un contromodello
- (b)  $B$  è conseguenza logica di  $A \wedge \neg B \rightarrow C$  e  $\neg C \wedge \neg A \rightarrow B$ ; in caso contrario esibisci un contromodello
- (c) l'insieme  $\{\forall x(Px \vee Qx \rightarrow \forall zPz), \neg\forall z(\exists xPx \rightarrow Pz)\}$  è soddisfacibile; nel caso esibisci un modello

11. Dimostra nel calcolo di deduzione naturale i seguenti enunciati:

- (a)  $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
- (b)  $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$  (suggerimento: non è un teorema in logica intuizionista)
- (c)  $A \wedge (B \vee C) \rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- (d)  $\neg \forall x A \rightarrow \exists x \neg A$
- (e)  $\exists x(A \rightarrow Bx) \rightarrow (A \rightarrow \exists x Bx)$   $x$  non libera in  $A$ .